

# Zur Geschichte der Logik

Die Logik ist eine sehr alte wissenschaftliche Disziplin. Als ihren Begründer kann man Aristoteles ansehen, der sie sogleich auf ein beträchtliches Niveau brachte. Obwohl sie stets intensiv betrieben wurde, erfolgten doch in den folgenden zweitausend Jahren keine wirklich bahnbrechenden neuen Entwicklungen. Die Logik galt weithin als ziemlich abgeschlossene, aber sterile Disziplin. Das änderte sich erst im neunzehnten Jahrhundert. Seit dieser Zeit wird die Logik wesentlich von Mathematikern weiterentwickelt, als herausragende Personen dieser Zeit seien George Boole und Gottlob Frege genannt. Dabei ist die Logik beträchtlich umgestaltet worden. Ursprünglich eine rein philosophische Disziplin, ist sie jetzt völlig mathematisiert.

Ein Charakteristikum der modernen Logik ist die Verwendung künstlicher, formaler Sprachen anstelle natürlicher Sprachen zur Analyse logischer Begriffe. Viele dieser Begriffe lassen sich ohne eine Formalisierung gar nicht in präziser Weise untersuchen. Ein weiterer Grund für Formalisierungen liegt darin, daß sich bei unkritischem Gebrauch der Sprache Antinomien einstellen können.

Die Abwehr der Antinomien, die um die Wende zum zwanzigsten Jahrhundert entdeckt wurden, war das zentrale Thema der Logik zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts. Bertrand Russell entwickelte das formale System der Typenlogik, aus der als einfache Teile Aussagenlogik und Prädikatenlogik separiert wurden. Die von Georg Cantor geschaffene Mengenlehre wurde durch die Axiomatik von Ernst Zermelo und Abraham (Adolf) Fraenkel konsolidiert. Luitzen E. Brouwer vertrat eine radikale konstruktivistische Position, nach der auf wesentliche Teile der klassischen Mathematik zu verzichten sei. Um deren Bestand durch formale Widerspruchsfreiheitsbeweise zu retten, entwickelte David Hilbert als Gegenposition das Programm der Beweistheorie.

In den dreißiger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts trat die Logik in eine neue Phase ein. Einerseits brachte der Vollständigkeitssatz der Prädikatenlogik, den Kurt Gödel bewies und Anatolij Malcev erweiterte, dieses logische System zu einem gewissen Abschluß. Andererseits zeigten die Unvollständigkeitssätze von Gödel für die Arithmetik und die Logik höherer Stufe, der Nachweis der Nichtcharakterisierbarkeit der natürlichen Zahlen durch Thoralf Skolem und die Unentscheidbarkeitssätze von Alonzo Church und Alan Turing prinzipielle Grenzen aller formalen Methoden auf.

In der Folge entwickelte sich die Prädikatenlogik zum zentralen logischen System. Ihre Semantik gab den Anstoß für die Entwicklung der Modelltheorie, an der wesentlich Alfred Tarski beteiligt war. Heute ist die Modelltheorie eng mit klassischen mathematischen Disziplinen verwoben. Exemplarisch seien die von Abraham Robinson entwickelte Nichtstandardanalysis und seine Beiträge zur Theorie der algebraisch bzw. reell abgeschlossenen Körper genannt. Die Mengenlehre, die sich ursprünglich gar nicht als logisches System verstand, wurde durch prädikatenlogische Formalisierungen auf Grund der Arbeiten von Thoralf Skolem, John von Neumann, Kurt Gödel, Paul Bernays endgültig in die Logik eingebaut. Bahnbrechende Lösungen klassischer Probleme der Mengenlehre (Auswahlaxiom und Kontinuumhypothese) lieferten Kurt Gödel und Paul Cohen, dessen Forcing-Methode Anwendungen in den meisten klassischen mathematischen Disziplinen gefunden hat. Als spektakuläres Beispiel aus jüngster Zeit seien die Arbeiten von Gowers aus der Funktionalanalysis genannt. Die Beweistheorie, deren ursprüngliches Programm sich auf Grund der Gödelschen Sätze als undurchführbar herausgestellt hatte, wurde durch Gerhard Gentzen in eine fruchtbare Richtung gelenkt und entwickelte sich zu großer Blüte. Für die Unentscheidbarkeitssätze war der Begriff der Berechenbarkeit zu explizieren. Das führte zur Entwicklung der Rekursionstheorie, an deren Anfang neben den Namen von Kurt Gödel, Alonzo Church und Alan Turing die von Stephen Kleene und Emil Post stehen.

Für die Entstehung der Wissenschaft der Informatik war es von großer Bedeutung, daß die theoretische Klärung des Berechenbarkeitsbegriffs bereits erfolgt war. Weil Programme von Maschinen ausgeführt werden, ist die Informatik in stärkerem Maße als die Mathematik auf Formalismen angewiesen, und es besteht ein Bedarf an formalen logischen Theorien.

In letzter Zeit ist auch die Philosophische Logik wieder erstarkt, wozu moderne Formulierungen der Modallogik wesentlich beigetragen haben. Diese haben auch zur Entwicklung von logischen Systemen geführt, die sich wesentlich besser zur Analyse natürlicher Sprachen eignen, als es bei der Prädikatenlogik der Fall ist, und die auch für die theoretische Linguistik von Interesse sind.

Heute ist die moderne Logik eine weitgespannte und umfangreiche wissenschaftliche Disziplin, die mit Mathematik, Philosophie und Informatik verwachsen ist, wobei methodisch durchweg die Mathematik zuständig ist.