

Wissenschaftliches Rechnen

Steffen Börm

Christian-Albrechts-Universität zu Kiel

MNU-Campus 2011 Schleswig-Holstein,
Kiel, 21. September 2011

Simulationen

Ziel: Beschreibe die Realität durch ein **mathematisches Modell**, auf dessen Grundlage sich Vorhersagen treffen lassen.

Mathematisches Modell: System von Gleichungen, das verschiedene Größen zueinander in Beziehung setzt, etwa

- die Position von Objekten,
- die Form von Objekten,
- die Geschwindigkeit,
- die wirkenden Kräfte.

Vorteile dieses Ansatzes:

- Philosophisch: Besseres Verständnis der Welt.
- Ingenieurwissenschaftlich: Bessere Beherrschung der Welt.
- Ökonomisch: Modellierter Crashtest günstiger als tatsächlicher.

Übersicht

- 1 Mathematische Modelle
- 2 Numerische Mathematik
- 3 Wissenschaftliches Rechnen
- 4 Wissenschaftliches Rechnen in Kiel

Übersicht

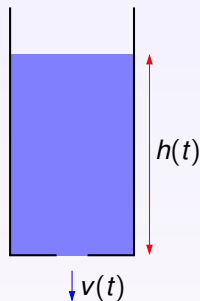
- 1 Mathematische Modelle
- 2 Numerische Mathematik
- 3 Wissenschaftliches Rechnen
- 4 Wissenschaftliches Rechnen in Kiel

Beispiel: Torricellis Gesetz

Realität: Wasser fließt aus zylindrischem Behälter.

Torricelli: Geschwindigkeit $v(t)$ hängt von aktueller Füllhöhe $h(t)$ ab:

$$v(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}$$



Beispiel: Torricellis Gesetz

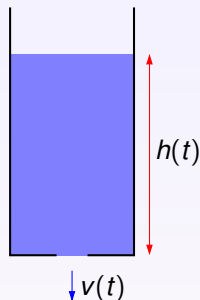
Realität: Wasser fließt aus zylindrischem Behälter.

Torricelli: Geschwindigkeit $v(t)$ hängt von aktueller Füllhöhe $h(t)$ ab:

$$v(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}$$

Newton: Geschwindigkeit ist Ableitung der Höhe:

$$h'(t) = v(t)$$



Beispiel: Torricellis Gesetz

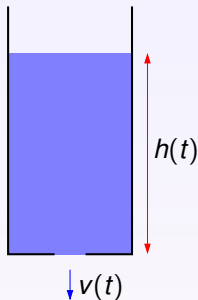
Realität: Wasser fließt aus zylindrischem Behälter.

Torricelli: Geschwindigkeit $v(t)$ hängt von aktueller Füllhöhe $h(t)$ ab:

$$v(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}$$

Newton: Geschwindigkeit ist Ableitung der Höhe:

$$h'(t) = v(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}$$



Beispiel: Torricellis Gesetz

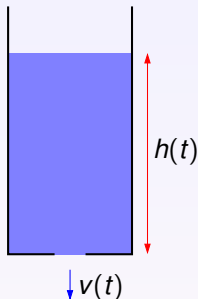
Realität: Wasser fließt aus zylindrischem Behälter.

Torricelli: Geschwindigkeit $v(t)$ hängt von aktueller Füllhöhe $h(t)$ ab:

$$v(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}$$

Newton: Geschwindigkeit ist Ableitung der Höhe:

$$h'(t) = v(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}$$



Mathematisches Modell ergibt sich aus Naturgesetzen:

$$h(0) = h_0, \quad h'(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}.$$

Lösung und Interpretation

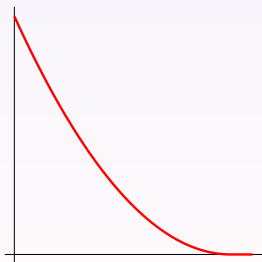
Mathematisches Modell:

$$h(0) = h_0,$$

$$h'(t) = -\alpha\sqrt{h(t)}.$$

Mathematische Handarbeit ergibt explizite Lösung:

$$h(t) = \begin{cases} \frac{\alpha^2}{4}(\beta - t)^2 & \text{falls } t < \beta, \\ 0 & \text{ansonsten} \end{cases} \quad \beta = \frac{2\sqrt{h_0}}{\alpha}.$$



Folgerungen:

- Leer zum Zeitpunkt β .
- Vierfacher Füllstand \Rightarrow doppelte Zeit.

Anwendung: Klepsydra (Wasseruhr).

Beispiele für Modelle

Mit Hilfe der Differentialrechnung lassen sich sehr viele Naturgesetze kurz und handlich formulieren.

Wachstumsprozesse, beispielsweise von Bakterien,

$$b'(t) = b(t).$$

Gravitation: Eine Masse m_0 zieht andere Massen an,

$$v'(t) = m_0 \frac{x_0 - x(t)}{\|x_0 - x(t)\|^3}.$$

Strömungsdynamik (Luftwiderstand, Wetter- und Klimavorhersage)

$$g'(t) = f(t, g(t)).$$

Fragestellungen

Realitätsnähe:

- Beschreibt das Modell die Realität?
- Wo liegen seine Grenzen?

Praktikabilität:

- Kann ich mit dem Modell die gewünschten Ergebnisse erreichen?
- Wie reagiert das Modell auf Störungen und Ungewissheiten?
- Kann das Modell per Computer analysiert werden?

Übersicht

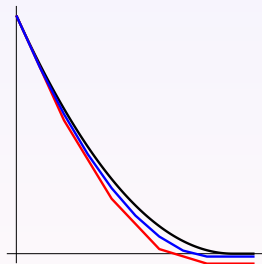
- 1 Mathematische Modelle
- 2 Numerische Mathematik**
- 3 Wissenschaftliches Rechnen
- 4 Wissenschaftliches Rechnen in Kiel

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



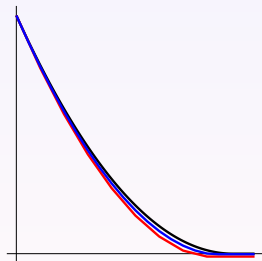
Euler-Verfahren mit 5 und 10 Intervallen.

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



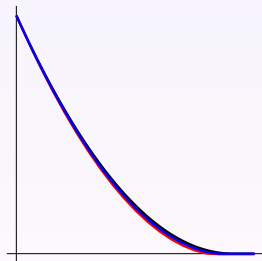
Euler-Verfahren mit 10 und 20 Intervallen.

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



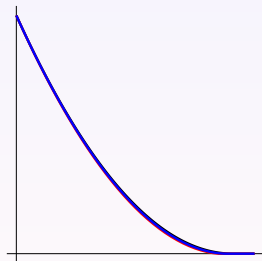
Euler-Verfahren mit 20 und 40 Intervallen.

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



Euler-Verfahren mit 40 und 80 Intervallen.

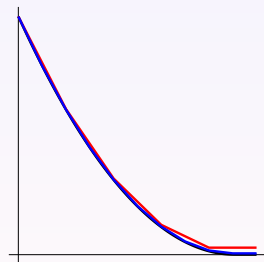
Ergebnis: Halbierung der Intervalle
⇒ Halbierung des Fehlers.

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



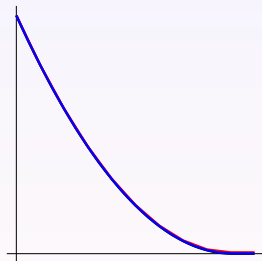
Runge-Verfahren mit 5 und 10 Intervallen.

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



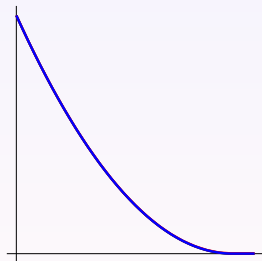
Runge-Verfahren mit 10 und 20 Intervallen.

Numerische Approximation

Problem: Nicht immer lässt sich die Lösung als Formel darstellen.

Idee: Berechne **Näherung** der Lösung.

Beispiel: Euler-Verfahren, setze Geschwindigkeit als in kleinen Zeitintervallen konstant.



Runge-Verfahren mit 20 und 40 Intervallen.

Ergebnis: Halbierung der Intervalle
⇒ Viertelung des Fehlers.

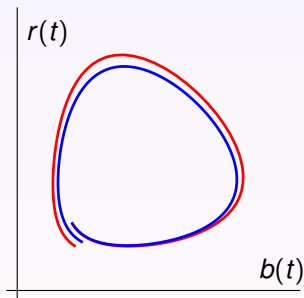
Ursache: Lösung ist „glatt“,
das lässt sich praktisch ausnutzen,
und zwar auch bei unbekannter Lösung.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



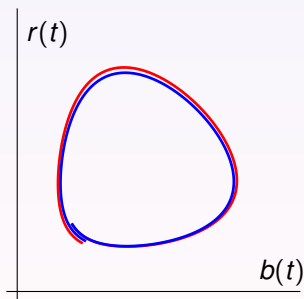
Euler-Verfahren mit 100 und 200 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



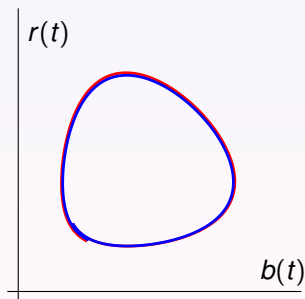
Euler-Verfahren mit 200 und 400 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



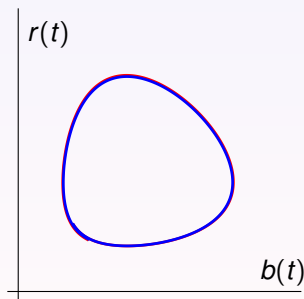
Euler-Verfahren mit 400 und 800 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



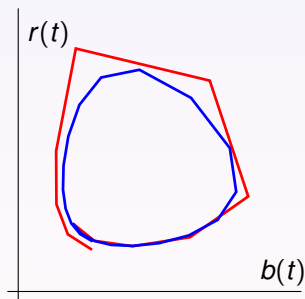
Euler-Verfahren mit 800 und 1600 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



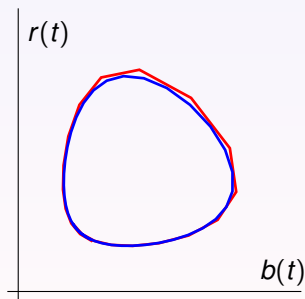
Runge-Verfahren mit 10 und 20 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



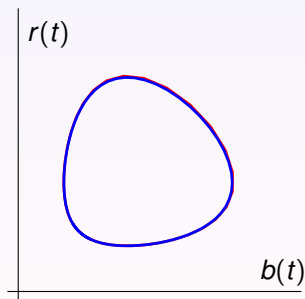
Runge-Verfahren mit 20 und 40 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



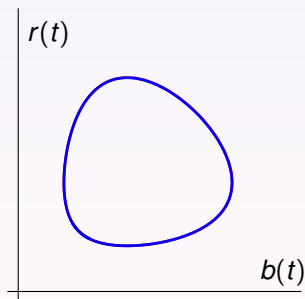
Runge-Verfahren mit 40 und 80 Schritten.

Beispiel: Populationsdynamik

Lotka und Volterra: Entwicklung von Räuber- und Beutepopulationen beschrieben durch

$$\begin{aligned}b'(t) &= b(t)(\epsilon_1 - \gamma_1 r(t)), \\r'(t) &= r(t)(-\epsilon_2 + \gamma_2 b(t)).\end{aligned}$$

Problem: Lösung nur in Ausnahmefällen explizit bekannt.



Runge-Verfahren mit 80 und 160 Schritten.

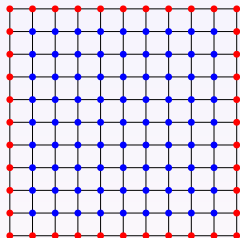
Ergebnis: Eine beliebig gute Näherung der Lösung lässt sich einfach berechnen.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.

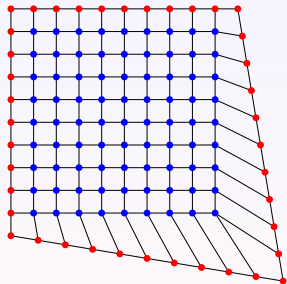
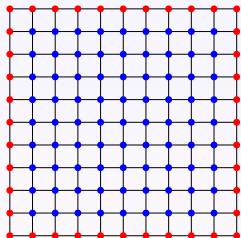


Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.

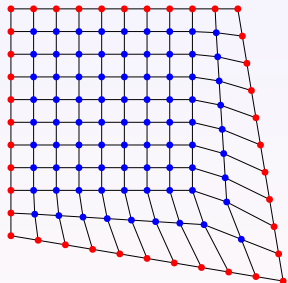
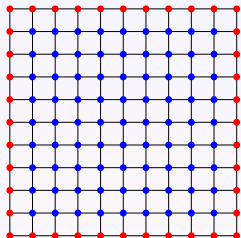


Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



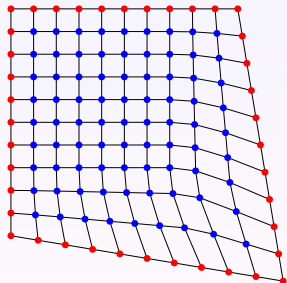
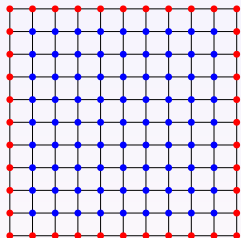
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



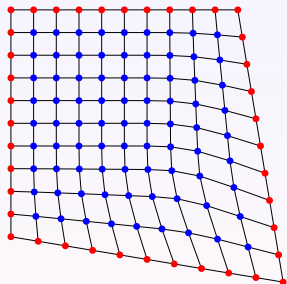
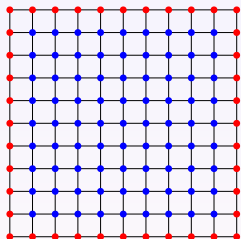
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



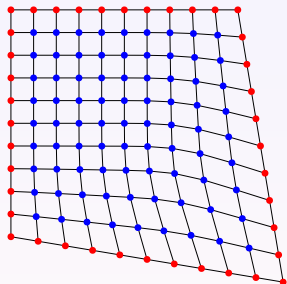
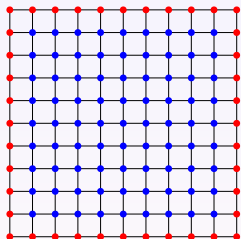
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



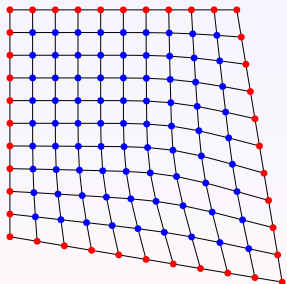
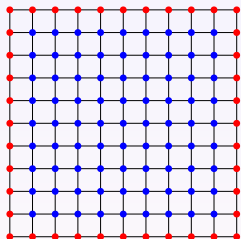
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



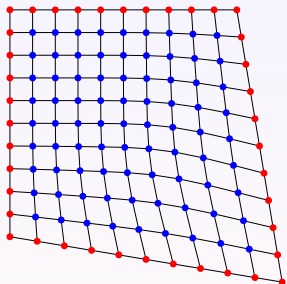
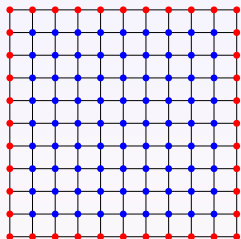
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



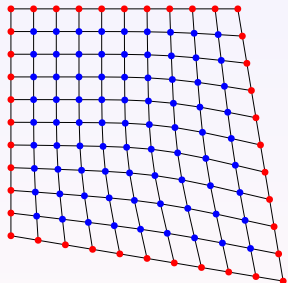
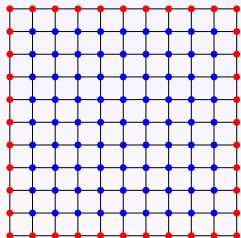
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



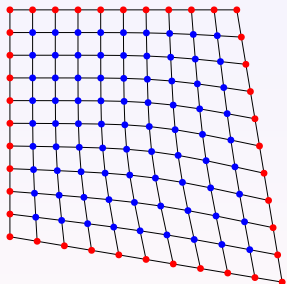
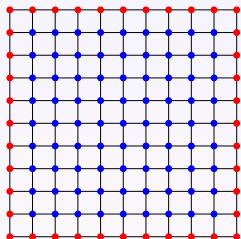
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



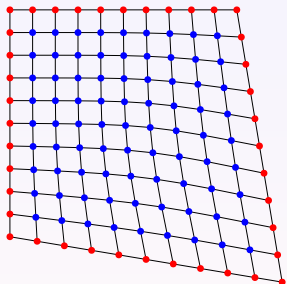
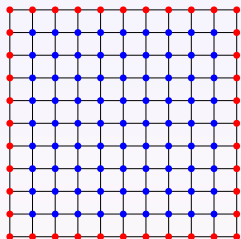
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



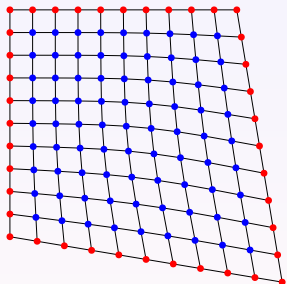
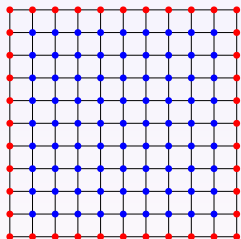
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



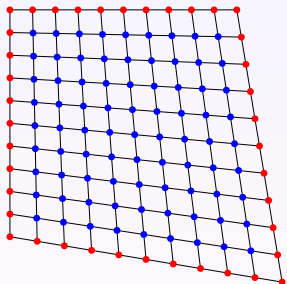
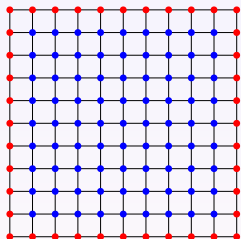
Relaxation: Indem wir einzelne Punkte ausbalancieren, nähern wir uns (langsam) dem Gleichgewicht des Gesamtsystems.

Beispiel: Festkörpermechanik

Bisher: Kontinuierliche Zeit in kleine Zeitschritte zerlegt.

Verallgemeinerung: Kontinuierlicher Raum auch in kleine Teile zerlegt.

Beispiel: Festkörper approximiert durch Masseteilchen, die durch „Federn“ verbunden sind.



Ergebnis: Nur endlich viele unbekannte Größen, deshalb berechenbar.

Fragen: Wie gut ist die Näherung? Wie lange dauert das Lösen?

Fragestellungen

Durchführbarkeit:

- Gibt es überhaupt ein Verfahren, um die Lösung anzunähern?
- Lässt es sich praktisch auf dem Computer umsetzen?

Verlässlichkeit:

- Wie genau ist die Näherung?
- Wie misst man überhaupt die Genauigkeit?
- Wie empfindlich reagiert das Verfahren auf Störungen?

Aufwand:

- Wie erreichen wir die gewünschte Genauigkeit mit möglichst geringem Aufwand?
- Welche Eigenschaften des Problems lassen sich bei der Berechnung ausnutzen?

Übersicht

- 1 Mathematische Modelle
- 2 Numerische Mathematik
- 3 Wissenschaftliches Rechnen**
- 4 Wissenschaftliches Rechnen in Kiel

Beispiel: Potentialgleichung

Diskretisierung häufig nur bei hoher zeitlicher und räumlicher Auflösung genau genug. \Rightarrow Große Gleichungssysteme.

Beispiel: Potentialgleichung der Elektrostatik.

n	Elimination	Mehrgitter
961	< 0.1s 1.8 ₋₁₄	< 0.1s 3.5 ₋₃
3969	0.6s 4.9 ₋₁₄	< 0.1s 8.8 ₋₄
16129	16.6s 1.7 ₋₁₃	< 0.1s 2.2 ₋₄
65025	zu groß	0.1s 5.5 ₋₅
\vdots		\vdots
4190209		6.5s 8.6 ₋₇

Beobachtung: Je größer die Gleichungssysteme werden, desto wichtiger werden effiziente Lösungsverfahren.

Wissenschaftliches Rechnen

Ausgangspunkt: Mathematisches Modell.

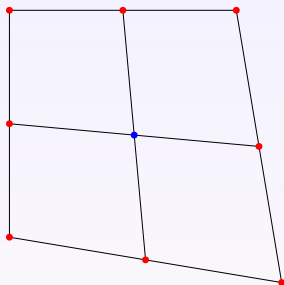
Diskretisierung überführt es in eine Näherung, die mit einem Computer bearbeitet werden kann.

Lösungsverfahren berechnen die für die jeweilige Anwendung relevanten Ergebnisse.

- Welche Eigenschaften des Problems lassen sich ausnutzen? („glatte“ Lösung, hierarchische Struktur)
- Welche Rechenverfahren sind geeignet?
- Lässt sich die anfallende Arbeit auf mehrere Prozessoren oder Computer verteilen?
- Auf welcher Rechnerarchitektur läuft das Verfahren am besten?

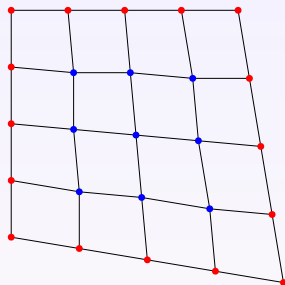
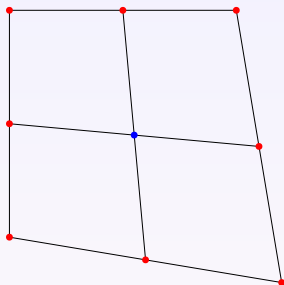
Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.



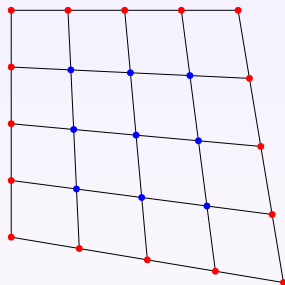
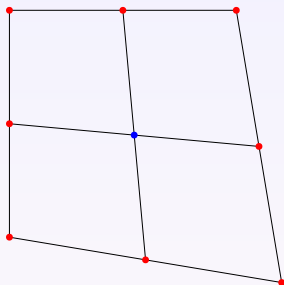
Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.



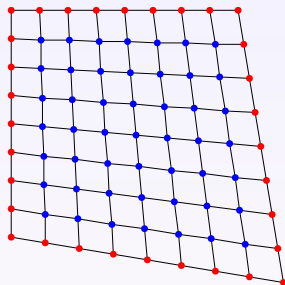
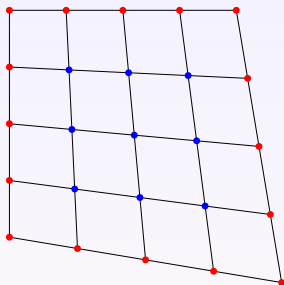
Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.



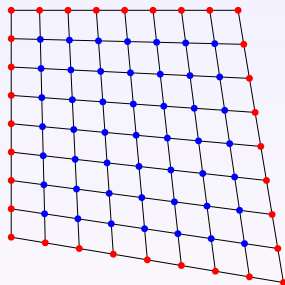
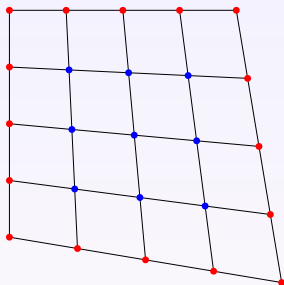
Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.



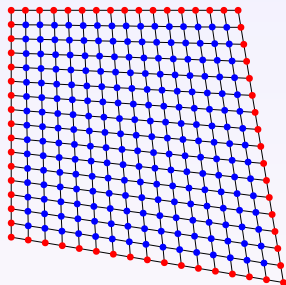
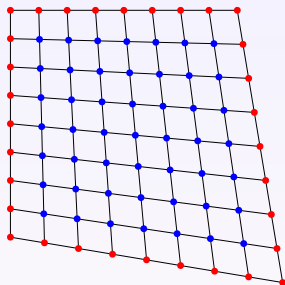
Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.



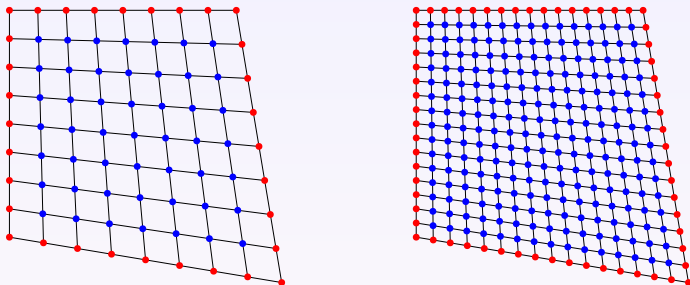
Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.



Beispiel: Hierarchische Verfahren

Idee: Verwende unterschiedliche Näherungen desselben Problems.

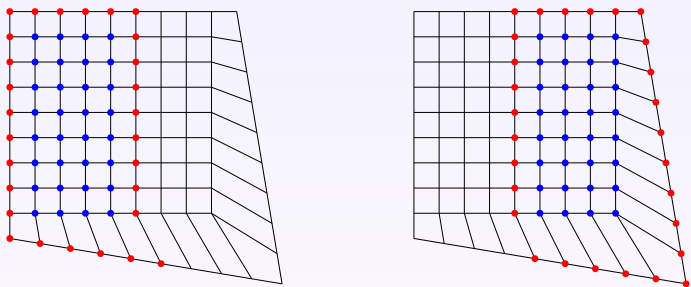


Vorteil: Verbesserungen der Lösung breiten sich schnell im Gitter aus.

Fragen: Wie konstruiert man die Hierarchie? Wie organisiert man die Daten im Computer? Wie beweist man, dass es funktioniert?

Beispiel: Parallelisierung

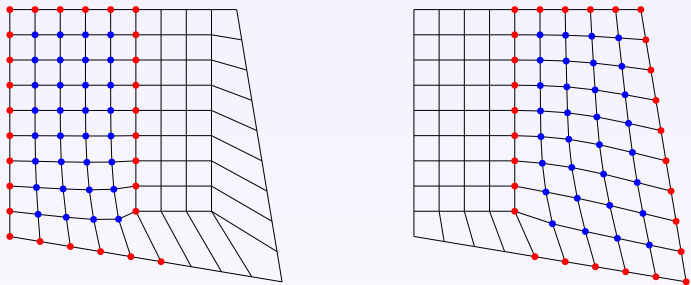
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Parallel: Löse beide Teilprobleme mit künstlichen Randdaten.

Beispiel: Parallelisierung

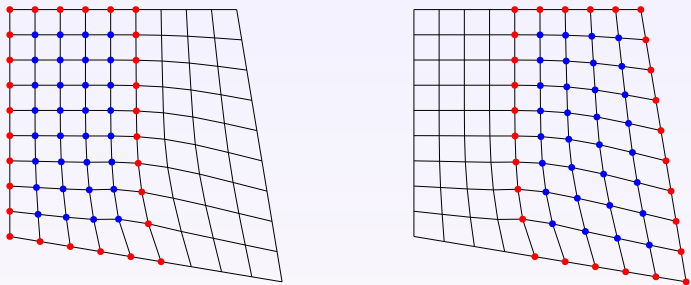
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Kommunikation: Übernahme verbesserte Randdaten von Nachbarn.

Beispiel: Parallelisierung

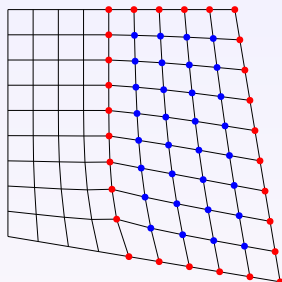
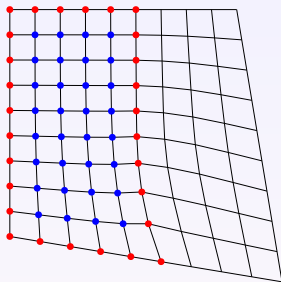
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Parallel: Löse beide Teilprobleme mit künstlichen Randdaten.

Beispiel: Parallelisierung

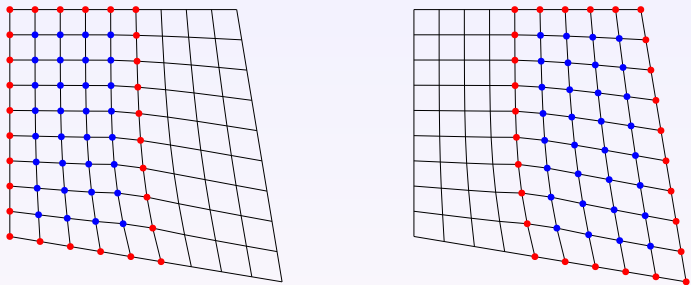
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Kommunikation: Übernahme verbesserte Randdaten von Nachbarn.

Beispiel: Parallelisierung

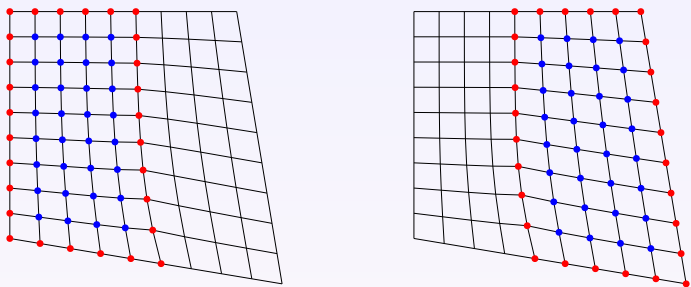
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Parallel: Löse beide Teilprobleme mit künstlichen Randdaten.

Beispiel: Parallelisierung

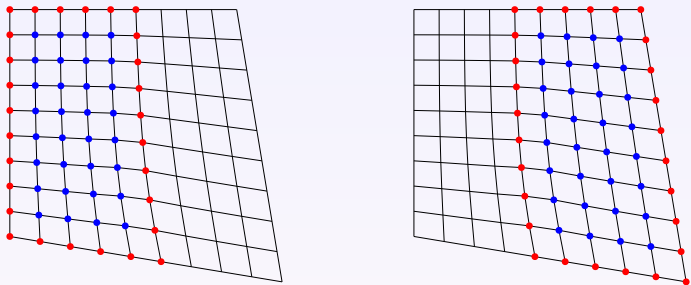
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Kommunikation: Übernahme verbesserte Randdaten von Nachbarn.

Beispiel: Parallelisierung

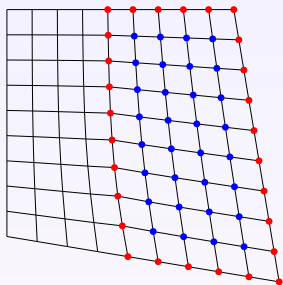
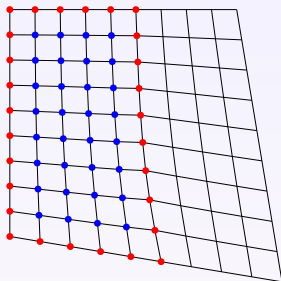
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Parallel: Löse beide Teilprobleme mit künstlichen Randdaten.

Beispiel: Parallelisierung

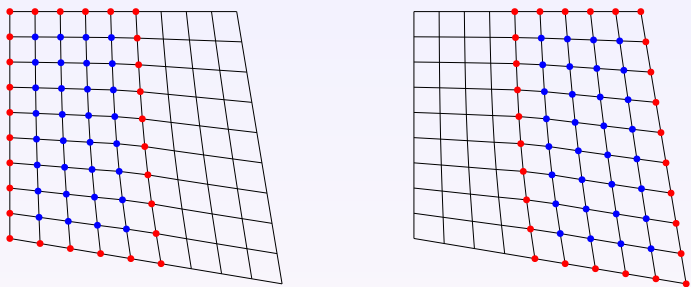
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Kommunikation: Übernahme verbesserte Randdaten von Nachbarn.

Beispiel: Parallelisierung

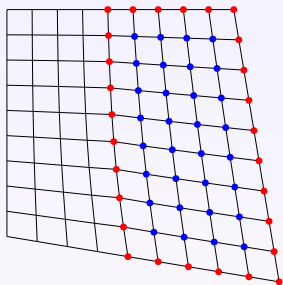
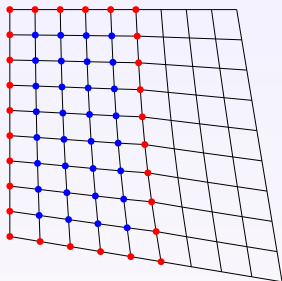
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Parallel: Löse beide Teilprobleme mit künstlichen Randdaten.

Beispiel: Parallelisierung

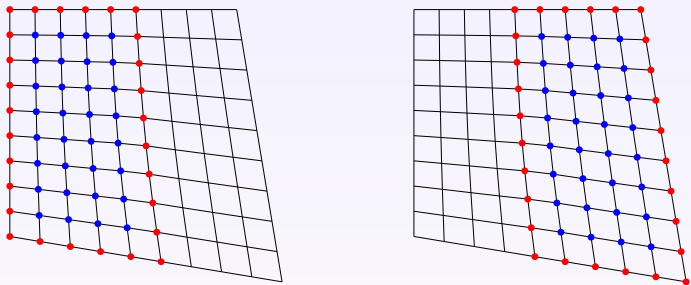
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Kommunikation: Übernahme verbesserte Randdaten von Nachbarn.

Beispiel: Parallelisierung

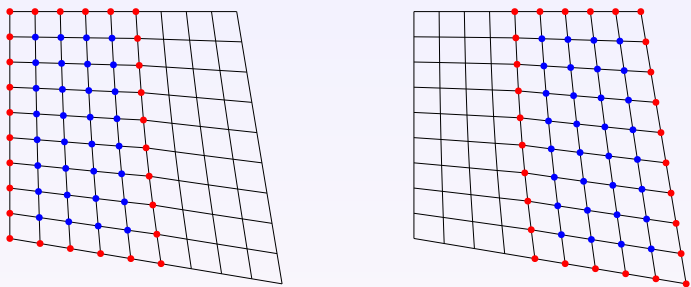
Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Parallel: Löse beide Teilprobleme mit künstlichen Randdaten.

Beispiel: Parallelisierung

Idee: Löse Teilprobleme auf verschiedenen Computern.



Idealfall: p Computer reduzieren Rechenzeit um Faktor p .

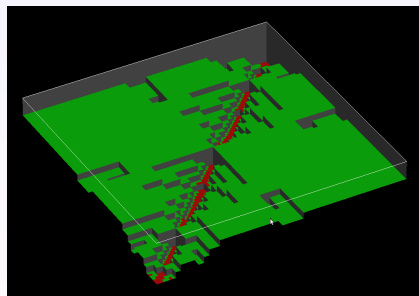
Praxis: Bei vielen Aufgaben ist nicht klar, wie man sie sinnvoll auf viele Computer verteilen kann.

Zukunft: Wichtiges Forschungsgebiet, da große Probleme nur noch durch Parallelisierung lösbar sind.

Beispiel: Visualisierung

Problem: Simulationen führen zu großen Datenmengen.
Wie kann man sie für Menschen verständlich darstellen?

Idee: „Fotografiere“ Darstellung der Daten mit simulierter Kamera.
→ Verwende mathematisches Modell der Optik.



Verfeinerungen: Animation, Interaktion.

Übersicht

- 1 Mathematische Modelle
- 2 Numerische Mathematik
- 3 Wissenschaftliches Rechnen
- 4 Wissenschaftliches Rechnen in Kiel**

Studiengang

Bachelor Mathematik in Kiel:

- Analysis
- Lineare Algebra, Algebra
- Numerik (Blockkurse Numerik-Programmierung, Grundvorlesung)
- Wahrscheinlichkeitstheorie
- Praktikum (Wirtschaft oder Forschung)

Vertiefung (Bachelor und Master) im wissenschaftlichen Rechnen

- Strömungsdynamik
- Optimierung (insbesondere mit meereskundlichen Anwendungen)
- Numerische Finanzmathematik
- Diskrete Optimierung
- Schnelle Lösungsverfahren für Differentialgleichungen
- Schnelle Verfahren für nicht-lokale Gleichungssysteme

Umfeld

Arbeitsgruppen

- Angewandte Mathematik (M. Braack), Strömungsdynamik und Finite-Elemente-Verfahren
- Numerische Mathematik (J. Kallsen), Finanzmathematik
- Algorithmische optimale Steuerung (T. Slawig), Parameteroptimierung in den Meereswissenschaften
- Diskrete Optimierung (A. Srivastav), kombinatorische Optimierung, Netzwerktheorie, Diskrepanztheorie
- Wissenschaftliches Rechnen (S. Börm), schnelle Lösungsverfahren

Einbindung

- Exzellenzcluster „Ozean der Zukunft“
- Zentrum für Numerische Simulation
- Kooperationen mit Wirtschafts- und Ingenieurwissenschaften

Zusammenfassung

Mathematische Modellierung: Reale Vorgänge beschrieben durch mathematische Gleichungen.

Physik, Chemie, Ingenieurwissenschaften, Medizin.

Diskretisierung: Gleichungen werden angenähert, um sie dem Computer zugänglich zu machen.

Mathematik: Analysis, Numerik.

Lösen: Aus den genäherten Gleichungen werden Ergebnisse gewonnen.

Mathematik: Analysis, lineare Algebra, Numerik.

Informatik: Algorithmik, Parallelisierung, Hardware.

Fragen?

Prof. Dr. Steffen Börm, Arbeitsgruppe Scientific Computing

<http://www.informatik.uni-kiel.de/scicom>