Mischende Taylor-Shifts und Grenzfunktionen von Taylor-Reihen

Abstract

Ist Ω ein offene Menge in der erweiterten Ebene $\mathbb{C}_\infty$ mit $0 \in \Omega$ und bezeichnet $H(\Omega)$ den Frechét-Raum der in Ω holomorphen und an ∞ verschwindenden Funktionen, so definiert

$$(Tf)(z) := \begin{cases} (f(z) - f(0))/z, & z \neq 0 \\ f'(0), & z = 0 \end{cases}$$

einen stetigen linearen Operator auf $H(\Omega)$. Ist $f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu$ um 0, so gilt dabei $(Tf)(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu+1} z^\nu$ um 0, d. h. T bewirkt eine Verschiebung der Taylor-Koeffizienten. Man spricht daher vom Taylor-Shift auf $H(\Omega)$. Bezeichnet $S_n f$ die n-te Teilsumme der Taylor-Reihe, so ergibt sich

$$(T^n f)(z) = \begin{cases} (f(z) - (S_{n-1} f)(z))/z^n, & z \neq 0 \\ a_n, & z = 0 \end{cases}$$

für die n-te Iterierte T^n von T. Dies deutet an, dass ein enger Zusammenhang zwischen der Dynamik des Taylor-Shifts und dem Grenzverhalten der n-ten Teilsummen für $n \to \infty$ besteht. Im Vortrag werden Aspekte dieser Thematik angesprochen.