

Vorkurs Mathematik: Arbeitsblatt 4

Aufgabe 4.1

Lösen Sie die quadratischen Ungleichungen und geben Sie die Lösungsmenge an.

a) $x^2 - x - 2 < 0$,

b) $x^2 - 7x + 12 \geq 0$,

c) $4x^2 - 8x + 3 > 0$,

d) $-x^2 - 4x + 5 \geq 0$,

e) $x^2 + 6x + 9 \geq 0$,

f) $-2x^2 + 16x - 32 \geq 0$,

g) $-x^2 - 14x - 49 < 0$,

h) $x^2 + 2x + 10 \leq 0$,

i) $-3x^2 + 18x - 36 < 0$,

j) $-x^2 + 4x + 21 > 0$.

Hinweis: Verwenden Sie zum Faktorisieren gegebenenfalls die Technik des quadratischen Ergänzens anstelle der „p,q-“ oder „Mitternachtsformel“. So bekommen Sie mehr Informationen über die Lage der Parabel und müssen sich keine Formel einprägen.

Aufgabe 4.2

Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $x + x^{-1} \geq 10$?

Aufgabe 4.3

Lösen Sie die folgenden Wurzelgleichungen.

a) $\sqrt{x+6} + \sqrt{x} + 1 = 0$,

b) $x + \sqrt{x^2 - 25} = 25$,

c) $9\sqrt{5x+2} = 25 + 4\sqrt{5x+2}$,

d) $\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+7} = 4$.

Aufgabe 4.4

Lösen Sie die folgenden Bruchungleichungen. Bestimmen Sie zunächst die Definitionsmenge der Ungleichung.

a) $\frac{1}{x-3} \leq 1$,

b) $\frac{x-1}{x+1} < 1$,

c) $\frac{x-3}{x+1} > \frac{x+2}{x-1}$,

d) $\frac{3(4x-1)}{x-1} \geq 12 - \frac{2(4x-3)}{x-1}$.

Aufgabe 4.5

Lösen Sie die Betragsungleichungen, und geben Sie die Lösungsmenge an. Bestimmen Sie, wo relevant, zunächst die Definitionsmenge der Ungleichung.

a) $|2x-3| < x$,

b) $|2x-3| < x+3$,

c) $|x^2-4x| > 0$,

d) $\frac{2x+3}{|x+4|} \leq 1$,

e) $\frac{|x-1|}{2x+2} \geq 1$,

f) $|x+2| > |x-5|$.

Aufgabe 4.6

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 .

a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1\}$,

b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq |x|\}$,

c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq 4\}$,

d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, |x-y| < 1\}$,

e) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y^2\}$,

f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y^2 < 4\}$.

Aufgabe 4.7

Lösen Sie die folgenden Gleichungen und Ungleichungen nach einer Variablen auf und skizzieren Sie die Lösungsmengen als Teilmengen von \mathbb{R}^2 .

a) $y = |2x + 1| - x,$

b) $x + y < |3x + 2|,$

c) $x + |y - 2| < 3,$

d) $|x + 3| + |y - 5| \leq 3.$