

Aufgabe 6.5

Es sei x die Darstellung des Winkels 15° im Bogenmaß. Berechnen Sie $\sin(x)$, $\cos(x)$ und $\tan(x)$.

Aufgabe 6.6

a) Zeigen Sie, daß für alle $x \in [-\pi, \pi]$ gilt: $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}$.

b) Zeigen Sie, daß für alle $x \in [0, 2\pi]$ gilt: $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}}$.

Aufgabe 6.7

a) Beweisen Sie das folgende Additionstheorem für den Tangens:

$$\tan(x + y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x) \cdot \tan(y)}$$

(für diejenigen $x, y \in \mathbb{R}$, für die alle auftretenden Terme definiert sind).

b) Zeigen Sie $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\cos(x) \neq 0$.

Aufgabe 6.8

Leiten Sie Additionstheoreme für $\sin(3x)$, $\cos(3x)$ und $\tan(3x)$ her.