

## Vorkurs Mathematik: Arbeitsblatt 4

---

### Aufgabe 4.1

Lösen Sie die quadratischen Ungleichungen und geben Sie die Lösungsmenge an.

a)  $x^2 - x - 2 < 0$ ,

b)  $x^2 - 7x + 12 \geq 0$ ,

c)  $4x^2 - 8x + 3 > 0$ ,

d)  $-x^2 - 4x + 5 \geq 0$ ,

e)  $x^2 + 6x + 9 \geq 0$ ,

f)  $-2x^2 + 16x - 32 \geq 0$ ,

g)  $-x^2 - 14x - 49 < 0$ ,

h)  $x^2 + 2x + 10 \leq 0$ ,

i)  $-3x^2 + 18x - 36 < 0$ ,

j)  $-x^2 + 4x + 21 > 0$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie zum Faktorisieren gegebenenfalls die Technik des quadratischen Ergänzens anstelle der „p,q“- oder „Mitternachtsformel“. So bekommen Sie mehr Informationen über die Lage der Parabel und müssen sich keine Formel einprägen.

### Aufgabe 4.2

Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gilt  $x + x^{-1} \geq 10$ ?

### Aufgabe 4.3

Lösen Sie die folgenden Wurzelgleichungen.

a)  $\sqrt{x+6} + \sqrt{x+1} = 0$ ,

b)  $x + \sqrt{x^2 - 25} = 25$ ,

c)  $9\sqrt{5x+2} = 25 + 4\sqrt{5x+2}$ ,

d)  $\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+7} = 4$ .

### Aufgabe 4.4

Lösen Sie die folgenden Bruchungleichungen. Bestimmen Sie zunächst die Definitionsmenge der Ungleichung.

a)  $\frac{1}{x-3} \leq 1$ ,

b)  $\frac{x-1}{x+1} < 1$ ,

c)  $\frac{x-3}{x+1} > \frac{x+2}{x-1}$ ,

d)  $\frac{3(4x-1)}{x-1} \geq 12 - \frac{2(4x-3)}{x-1}$ .

### Aufgabe 4.5

Lösen Sie die Betragsungleichungen, und geben Sie die Lösungsmenge an. Bestimmen Sie, wo relevant, zunächst die Definitionsmenge der Ungleichung.

a)  $|2x-3| < x$ ,

b)  $|2x-3| < x+3$ ,

c)  $|x^2 - 4x| > 0$ ,

d)  $\frac{2x+3}{|x+4|} \leq 1$ ,

e)  $\frac{|x-1|}{2x+2} \geq 1$ ,

f)  $|x+2| > |x-5|$ .

### Aufgabe 4.6

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des  $\mathbb{R}^2$ .

a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1\}$ ,

b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq |x|\}$ ,

c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq 4\}$ ,

d)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, |x-y| < 1\}$ ,

e)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y^2\}$ ,

f)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y^2 < 4\}$ .

**Aufgabe 4.7**

Lösen Sie die folgenden Gleichungen und Ungleichungen nach einer Variablen auf und skizzieren Sie die Lösungsmengen als Teilmengen von  $\mathbb{R}^2$ .

a)  $y = |2x + 1| - x,$

b)  $x + y < |3x + 2|,$

c)  $x + |y - 2| < 3,$

d)  $|x + 3| + |y - 5| \leq 3.$